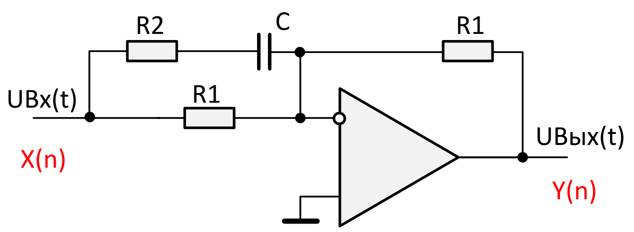
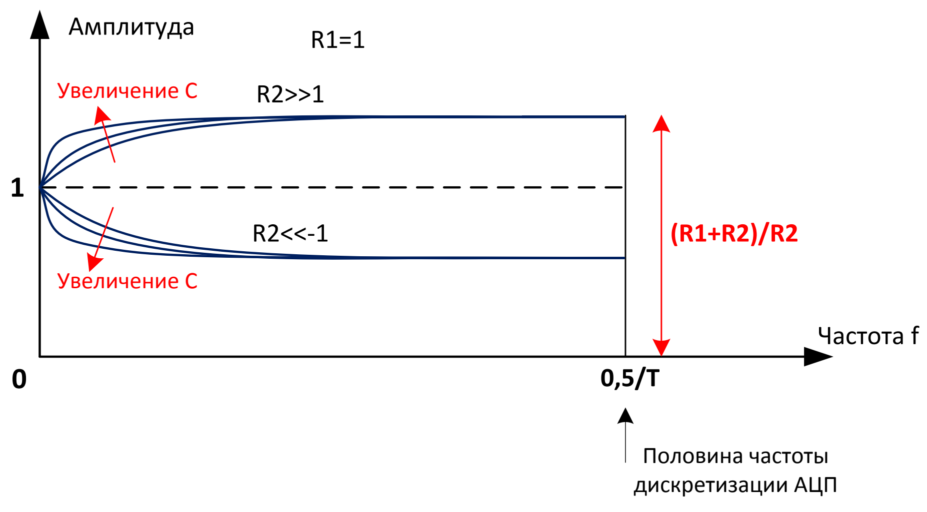
Простой БИХ-фильтр коррекции излома АЧХ в низкочастотной области полосы частот пропускания.

В задаче частотной коррекции высокоомного резисторного делителя, применяемого в широкополосных трактах АЦП, возникает задача коррекции не только наклона АЧХ (этот вопрос рассмотрен в статье Л.[1]), но и излома АЧХ в низкочастотной области полосы пропускания. Естественно, грубая частотная коррекция всегда делается в трактах АЦП аналоговым способом, но, в силу технологических ограничений, эту коррекцию затруднительно сделать с достаточной точностью. В настоящей статье предлагается простой цифровой рекурсивный фильтр компенсации остаточного излома АЧХ в низкочастотной области.

Предлагаемый цифровой фильтр имеет физический прототип аналогового корректирующего звена 1-го порядка на основе идеального операционного усилителя (теоретический переход от аналогового фильтра к цифровому приведён в конце этой статьи).



АЧХ этого звена для R1=1 приведена на графике ниже. Коэффициент передачи на нулевой частоте равен единице. На высокой частоте коэффициент передачи стремится к (R1+R2)/R2. От величины ёмкости C зависит наклон (выпуклость) характеристики в низкочастотной области.



На графике выше и далее: T—период дискретизации соответствующего цифрового фильтра (равный периоду преобразования АЦП цифрового тракта). Соответственно, частота 0,5/T – это частота Найквиста (симметричная часть графика с частотами от 0,5/T до T на графике не показана).

Далее приведём финальные уравнения полученного цифрового фильтра.

Разностное уравнение цифрового фильтра (полученного из аналогового прототипа):

$$Y_n = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 C}\right)} Y_{n-1} - \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 C}\right)}{\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 C}\right)} X_n + \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 C}\right)} X_{n-1} \qquad (1)$$

Здесь: X_n–текущий входной отсчёт данных, X_{n-1} – предыдущий входной отсчёт данных, Y_n – текущий выходной отсчёт данных, Y_{n-1} – предыдущий выходной отсчёт данных.

Поскольку аналоговый фильтр-прототип инвертирует выходной сигнал, то разностное уравнение аналогичного фильтра без инверсии запишется следующим образом:

$$Y_n = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 C}\right)} Y_{n-1} + \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 C}\right)}{\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 C}\right)} X_n - \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 C}\right)} X_{n-1} \qquad (2)$$

Передаточная функция фильтра-прототипа:

$$H\left(e^{\mathrm{j}2\pi\mathrm{fT}}\right) = -\frac{\boldsymbol{R_1 C}}{\frac{\mathbf{1}}{\left(\mathbf{1} - \boldsymbol{e}^{-\mathbf{j}2\pi\mathbf{fT}}\right)} + \boldsymbol{R_2 C}} - 1 \qquad (3)$$

Соответственно, передаточная функция аналогичного фильтра без инверсии будет противоположного знака.

Модуль передаточной функции:

$$\left|H\left(e^{\mathrm{j}2\pi\mathrm{fT}}\right)\right| = \frac{\sqrt{\left(\mathbf{0,5}\boldsymbol{R_1 C} + \boldsymbol{R_1 R_2 C^2} + (\mathbf{0,5} + \boldsymbol{R_2 C})^2 + \left(q(2\pi\mathrm{fT})\right)^2\right)^2 + \left(\boldsymbol{R_1 C} q(2\pi\mathrm{fT})\right)^2}}{(\mathbf{0,5} + \boldsymbol{R_2 C})^2 + \left(q(2\pi\mathrm{fT})\right)^2} \qquad (4)$$

В этой формуле:

$$q(2\pi\mathrm{fT}) = \frac{0,5 * \sin(2\pi\mathrm{fT})}{1 - \cos(2\pi\mathrm{fT})}$$

При использовании этой передаточной функции следует учесть, что она не определена на нулевой частоте f=0. Но при раскрытии предела при f → 0 получим $|H(e^0)| = 1$. Этим значением и следует доопределить эту функцию на нулевой частоте.

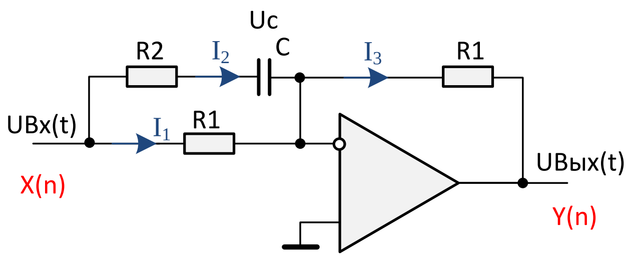
Условие устойчивости фильтра:

$$-1 < \frac{\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1 C}\right)} < 1$$

Преимущество предложенного фильтра с физически осмысленной системой коэффициентов ($\boldsymbol{R_1}$, $\boldsymbol{R_2}$, **C**) заключается в однозначной связи значений этих коэффициентов с геометрическими характеристиками формы АЧХ фильтра. Это даёт возможность применить модель модуля передаточной функции (4) для подгона под требуемую АЧХ корректирующего звена по *методу наименьшего СКО* для того, чтобы определить оптимальные значения коэффициентов фильтра.

Вывод разностного уравнения цифрового фильтра по аналоговому прототипу.

Для читателей, интересующихся теоретическими вопросами связи аналоговых фильтров с цифровыми, ниже приводится вывод формулы разностного уравнения.



Взаимосвязь токов и напряжений в аналоговом фильтре-прототипе описывается следующей систему уравнений:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ U\text{вх}(t) = I_1 * R_1 \\ U\text{вх}(t) = I_2 * R_2 + Uc \\ U_c = \frac{1}{C}\int I_2(t)\,dt \\ I_3 = -\frac{U\text{вых}(t)}{R_1} \end{cases}$$

Исключая из системы уравнений токи $I_1, I_{2,} I_3$ и напряжение на конденсаторе Uc, получим следующее интегральное уравнение:

$$U\text{вх}(t) = -\frac{R_2}{R_1}\left(U\text{вых}(t) + U\text{вх}(t)\right) - \frac{1}{R_1 C}\int \left(U\text{вых}(t) + U\text{вх}(t)\right) dt$$

Перегруппировка слагаемых даёт уравнение:

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) U\text{вх}(t) + \frac{R_2}{R_1} U\text{вых}(t) + \frac{1}{R_1 C}\int U\text{вх}(t)dt + \frac{1}{R_1 C}\int U\text{вых}(t)dt = 0$$

После дифференцирования получим:

$$\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{d}{dt}U\text{вх}(t)+\frac{R_2}{R_1}\frac{d}{dt}U\text{вых}(t)+\frac{1}{R_1C}U\text{вх}(t)+\frac{1}{R_1C}U\text{вых}(t)=0$$

Переход к разностному уравнению цифрового фильтра из дифференциального:

$$\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)(X_n-X_{n-1})+\frac{R_2}{R_1}(Y_n-Y_{n-1})+\frac{1}{R_1C}X_n+\frac{1}{R_1C}Y_n=0$$

Из этого уравнения непосредственно следует уравнение (1), приведённое на стр.2.

Таким же методом относительно легко можно получить разностное уравнение, отталкиваясь от любого аналогового активного фильтра-прототипа 1-го или 2-го порядка. Подобный способ синтеза даёт физическую привязку полученной системы коэффициентов фильтра и формы АЧХ, что даёт возможность осмысленно решать задачу управления коэффициентами для получения требуемой АЧХ.

Литература:

1. А.В. Гарманов. – Метод тонкой коррекции наклона АЧХ с помощью простого цифрового фильтра.: L-Card, 2013
2. *Рабинер Л., Гоулд Б. – Теория и применение цифровой обработки сигалов.:”Мир”,1978*

www.lcard.ru

Конференция на сайте:

http://lcard.ru/forums/1?forum=1

Техподдержка L-Card:

support@lcard.ru

Автор статьи: *А. В. Гарманов*

ведущий инженер L-Card

Версия статьи 1.1. Сентябрь 2018 г